

## 2.3 Systematik der Modellermittlung

Um für ein größeres System ein adäquates mathematisches Modell zu ermitteln, ist ein systematisches Herangehen erforderlich. Grundsätzliche Schritte sollten sein:

- Zerlegung des Gesamtsystems in überschaubare Teilsysteme,
- Modellermittlung zunächst für die Teilsysteme und (zum Schluss)
- Zusammenfassung dieser Modelle zum Gesamtmodell.

Eine Werkzeugmaschine z. B. besitzt mehrere Antriebsstränge. Jeder Antriebsstrang besitzt mehrere Komponenten, z. B. Motor (elektrisch, elektro-hydraulisch), Getriebe, bewegtes Werkstück oder Werkzeug, Regler usw. Jede Komponente besitzt Verzögerungseinflüsse in Form von Energiespeichern, die bei Übergangsvorgängen aufgeladen bzw. entladen werden.

Noch komplexer ist ein Kraftfahrzeug, da es ein Mehrmassensystem mit sehr vielen Freiheitsgraden und vielen Energiespeichern ist. Moderne Kraftfahrzeuge besitzen viele Regelungen, z. B. Motormanagement, ABS, ESP (auf die hier nicht im Detail eingegangen wird). Ihre Stellbewegungen werden ebenfalls mit elektromotorischen oder elektro-hydraulischen Stellantrieben realisiert.

Es sei angemerkt, dass es relativ wenige Arten von Energiespeichern in technischen Systemen gibt. Die wichtigsten dieser Energiespeicher treten auf in den vier Bereichen Elektrotechnik, Technische Mechanik, Fluidtechnik und Thermodynamik:

- die Magnetfelder (z. B. von Spulen) und die elektrischen Felder (z. B. von Kondensatoren) in der *Elektrotechnik* (ET),
- die Federn und die Massen in der *Technischen Mechanik* (TM),
- die unter Druck stehenden Fluide in der *Fluidtechnik* (FT),
- die Wärmespeicher in der *Thermodynamik* (TD).

Es sei darauf hingewiesen, dass komplexere Systeme meist aus Komponenten mehrerer dieser Bereiche bestehen, weshalb die in diesem Buch beschriebenen

Beispielsysteme oft mehreren Bereichen zugeordnet werden müssen. Darauf wird in Abschn. 2.4 ausführlicher eingegangen.

In den Modellen des dynamischen Verhaltens von technischen Systemen haben die Speicher eine zentrale Bedeutung: Die sie kennzeichnenden Signale können sich nicht sprunghaft ändern, sie sind so genannte *Zustandsgrößen*.

In Tabelle 2.4 sind typische Speicher in technischen Systemen und ihre Zustandsgrößen zusammengefasst.

Auf unter Druck stehende Gasvolumina wird erst in Kap. 6 eingegangen. In ihnen gelten komplizierte nichtlineare mathematische Zusammenhänge der Thermodynamik.

Auf die mathematischen Funktionen der letzten Spalte in Tabelle 2.4 wird ab Kap. 3 noch ausführlich eingegangen: Die Zustandsgröße ist immer proportional dem Integral über eine typische Eingangsgröße. Diese allgemeinen Integralgleichungen können durch adäquate Differenzialgleichungen ersetzt werden, z. B.

$$i_L = \frac{1}{L} \cdot \int u_L dt \quad \text{durch} \quad \frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L} \cdot u_L .$$

Die in diesem Buch fast ausschließlich verwendete Form ist jedoch die gemäß den Tabellen 2.1 und 2.2 (s. Abschn. 2.2):

$$i_L = \frac{1}{L} \cdot \frac{1}{s} \cdot u_L = \frac{1}{L \cdot s} \cdot u_L .$$

Dass es sich hier um Signale im Bildbereich handelt, wird i. Allg. nicht speziell dargestellt. Das geht aus der Form der Funktion, hier der Übertragungsfunktion, hervor.

Bei der Modellierung des dynamischen Verhaltens technischer Systeme sollten zuerst die relevanten Energiespeicher ermittelt werden. Um diese herum wird dann das Gesamtmodell entwickelt.

**Tabelle 2.4** In der Technik relevante Energiespeicher und ihre Zustandsgrößen

Prozess	Energieart	Typischer Speicher	Zustandsgröße	Energie-Wert	Funktionen der Zustandsgrößen
Elektrisch	Magnet. Feldenergie	Induktivität $L$ einer Spule	Strom $i$	$\frac{L}{2} \cdot i^2$	$i_L = \frac{1}{L} \cdot \int u_L dt$ $u_L \dots$ Spanng.-Abfall über $L$
	Elektr. Feldenergie	Kapazität $C$ eines Kondensators	Spannung $u$	$\frac{C}{2} \cdot u^2$	$u_C = \frac{1}{C} \cdot \int i_C dt$ $i_C \dots$ Strom zur Kapazität
Mechanisch (translatorisch)	Potentielle Energie	Federkonstante $c$ einer Zylinderfeder	Weg $s$ *)	$\frac{c}{2} \cdot s^2$	$s = \int v dt$ $v \dots$ Geschwindigkeit
	Kinetische Energie	Masse $m$	Geschw. $v$	$\frac{m}{2} \cdot v^2$	$v = \frac{1}{m} \cdot \int F_B dt$ $F_B \dots$ Beschleunigungskraft
Mechanisch (rotatorisch)	Potentielle Energie	Federkonstante $c_T$ einer Torsionsfeder	Winkel $\varphi$	$\frac{c_T}{2} \cdot \varphi^2$	$\varphi = \int \omega dt$ $\omega \dots$ Winkelgeschwind.
	Kinetische Energie	Massenträgheitsmoment $J$ eines Rotors	Winkelgeschw. $\omega$	$\frac{J}{2} \cdot \omega^2$	$\omega = \frac{1}{J} \cdot \int M_B dt$ $M_B \dots$ Beschl.-Moment
Fluidisch	Druck-Volumen-Energie	Kapazität $C_y$ eines abgeschloss. Flüssigkeitsvolumens	Druck $p$	$\frac{C_y}{2} \cdot p^2$	$p = \frac{1}{C_y} \cdot \int Q_{gesp} dt$ $Q_{gesp} \dots$ gesp. Volumenstrom
		Volumen $V = h \cdot A$ eines offenen Flüssigkeitsbehälters		$\frac{A}{2\rho g} \cdot p^2$	$p = \frac{\rho \cdot g}{A} \cdot \int Q_{gesp} dt$ $\rho \dots$ Dichte $g \dots$ Erdbeschleunigung $A \dots$ Behälterfläche $h \dots$ Füllstandshöhe
Thermodynamisch	Wärmeenergie	Wärmekapazität $C_W$ eines Körpers	Temperatur $\vartheta$	$\frac{C_W}{2} \cdot \vartheta^2$	$\vartheta = \frac{1}{C_W} \cdot \int P_{Wgesp} dt$ $P_{Wgesp} \dots$ gesp. Wärmeleistung

\*) Verwechslungen des Kürzels  $s$  für Weg oder Sekunde mit dem Operator  $s$  bzw. der komplexen Kreisfrequenz  $s$  können nicht entstehen, da der Weg immer eine Ein- oder Ausgangsgröße, also ein Signal ist, die Sekunde nur in der Dimension einer physikalischen Größe auftauchen kann und der Operator  $s$  ausschließlich in Übertragungsfunktionen vorkommt.

Der *Algorithmus* der Modellermittlung sollte sein:

- 1. Schritt:** Zeichnen eines aussagekräftigen *Schemas*, das alle wesentlichen Signale und Koeffizienten des zu modellierenden Systems enthält,
- 2. Schritt:** Ermittlung der *Energiespeicher mit ihren Zustandsgrößen* und deren Funktion (die immer eine Integration ist!),
- 3. Schritt:** Ermittlung der geltenden *Bilanzgleichungen*,
- 4. Schritt:** Ermittlung der noch fehlenden Zusammenhänge aus *statischen Grundbeziehungen*,
- 5. Schritt:** Darstellung aller Beziehungen als **Blockschaltbild**.  
(In den meisten Fällen kann dieses Blockschaltbild durch Zusammenfassen kleiner Blöcke zu einem etwas größeren Block vereinfacht werden.)

Die Beispiel-Systeme ab Kap. 3 werden in diesen Schritten analysiert, wobei der 2. und 3. Schritt oft sehr eng verknüpft sind. Das wird in diesen Kapiteln näher beschrieben. Außerdem sind die in Tabelle 2.4 aufgeführten und in der Technik relevanten Energiespeicher in Verbindung mit ihren Bilanzgleichungen so aufbereitet und in den **Anhang A** übernommen worden, dass der entsprechende Blockschaltbild-Teil in ein gesuchtes Blockschaltbild fast unverändert übernommen werden kann.

Auch in Modellen häufig vorkommende statische Grundbeziehungen (lineare und nichtlineare) werden in **Anhang A** aufgelistet, nachdem sie in den entsprechenden Kapiteln näher beschrieben worden sind.